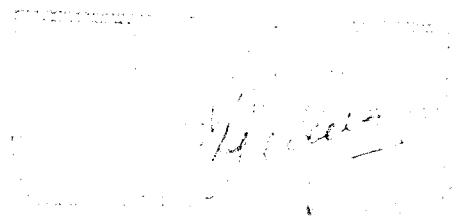


V Международная
научно-практическая конференция

**«Актуальные проблемы
математики и информатики:
теория, методика, практика»**

СБОРНИК МАТЕРИАЛОВ

18-20 апреля 2019 года



Елец, 2019

СОДЕРЖАНИЕ

Секция 1. СОВРЕМЕННЫЕ НАПРАВЛЕНИЯ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ НАУКИ. ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ

МАТЕМАТИКИ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЕ СТРОЕНИЕ КВАДРАТИЧНЫХ АВТОМОРФИЗМОВ
КОНЕЧНОМЕРНОГО СИМПЛЕКСА
Абдирахмонова Р.Э.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА
Абулов М.О.
ОБ ИСКЛЮЧИТЕЛЬНОМ МНОЖЕСТВЕ В ЗАДАЧЕ ХУА-ЛО-КЕНА.
Аллаков И., Сафаров А.

О ГАМИЛЬТОНА-ДОПУСТИМЫХ УРАВНЕНИЯХ, ИХ ПЕРВЫХ ИНТЕГРАЛАХ И
АЛГЕБРАИЧЕСКИХ СТРУКТУРАХ В МЕХАНИКЕ БЕСКОНЕЧНОМЕРНЫХ СИСТЕМ
Будочкина С.А.

МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ НА КРУГОВОЕ ДВИЖЕНИЕ С
ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ КОМПЬЮТЕРНОЙ ПРЕЗЕНТАЦИИ
Т.А.Витебская

О НЕОБХОДИМОСТИ ВОВЛЕЧЕНИЯ СТУДЕНТОВ В ПРОЦЕСС ОЦЕНИВАНИЯ
КАЧЕСТВА ОБРАЗОВАНИЯ.
Е.Н Грибова, Е.В. Никулина

ПРИЛОЖЕНИЕ МЕТОДА ЛЯПУНОВА К ИССЛЕДОВАНИЮ НА УСТОЙЧИВОСТЬ
ЛИНЕЙНЫХ СТАЦИОНАРНЫХ СИСТЕМ
Елецких И.А.

ФОРМУЛА ГРИНА ДЛЯ ЛИНЕЙНОЙ СТАЦИОНАРНОЙ СИСТЕМЫ УРАВНЕНИЙ
НАВЬЕ–СТОКСА
Э.Я. Жабборов, М.Ш. Давронова

АСИМПТОТИКА РЕШЕНИЙ ОДНОГО КЛАССА СИНГУЛЯРНО ВОЗМУЩЕННЫХ
ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ
Жукова Г.С.

КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ ИНТЕГРО-ФУНКЦИОНАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ СМЕШАННОГО
ТИПА
А. Н. Зарубин

О ПРОБЛЕМЕ СУЖЕНИЯ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ
И.А.Икромов и С.Э.Усманов

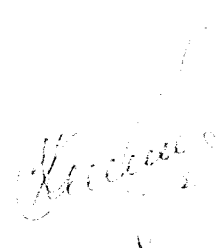
SLOWLY VARYING FUNCTIONS WITH REMAINDER IN THE THEORY OF MARKOV
CRITICAL BRANCHING PROCESSES WITH INFINITE VARIANCE
Azam A. Imomov, Abror Kh. Meyliev

ON THE BASIC LEMMA OF THE THEORY OF CRITICAL GALTON-WATSON BRANCHING
PROCESSES WITH POSSIBLY INFINITE VARIANCE
Azam A. Imomov, Erkin E. Tukhtaev

О Q-ПРОЦЕССАХ В СЛУЧАЙНОЙ СРЕДЕ
Имомов Аъзам Абдурахимович

ПРОДОЛЖЕНИЕ ПОЛИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ
Ишанкулов Т.

ОБ ОДНОЙ ОЦЕНКЕ СУММЫ ХАРАКТЕРОВ ДИРИХЛЕ
Г.Кенжаева



КРАЕВАЯ ЗАДАЧА ДЛЯ УРАВНЕНИЯ СМЕШАННО-СОСТАВНОГО ТИПА

Абулов М.О.

Каршинский ГУ, город Карши, Узбекистан

АННОТАЦИЯ

В данной работе исследуется краевая задача смешанно-составного типа и доказывается существование и единственность слабых решений данной задачи.

Ключевые слова. Уравнения Чаплыгина, сопряженная задача, слабые решения, сильные решения.

В области $D = \{(x, y, t) : -1 < x < 1, 0 < y < 1, 0 < t < T\}$ рассмотрим уравнение

$$Lu \equiv \frac{\partial}{\partial x} (k(x)u_x + u_{xx} + u_{yy}) = f(x, y, t) \quad (1)$$

с краевыми условиями

$$u|_{\partial D} = 0, \quad u_x|_{x=1} = 0 \quad (2)$$

где, $k(0) = 0, k'(x) > 0$.

Отметим, что близкие задачи исследована в [3], задача (1), (2) можно рассматривать как обратная задача для уравнения Чаплыгина[1]. Через $\vec{n} = (n_x, n_y, n_t)$ обозначим вектор внешней нормали к границе области D . Легко проверить, что формально сопряженной задачей к задаче (1), (2) является задача

$$L^*v \equiv k(x)v_{xt} - v_{xxx} - v_{xyy} = g(x, y, t), \quad (3)$$

$$v|_{\partial D} = 0, \quad v_x|_{x=1} = 0 \quad (4)$$

Обозначим через C_L, C_L^* классы функций из $C^3(\bar{D})$, удовлетворяющие, соответственно, краевым условиям (2), (4). Через $H(D), H^*(D)$ обозначим пространства Соболева $W_2^1(D)$, полученные замыканием соответственно классов функций C_L, C_L^* по норме

$$\|u\|_{H(D)}^2 = \int_D (u_t^2 + u_x^2 + u_y^2 + u^2) dD.$$

Определение 1. Функцию $u(x, y, t) \in L_2(D)$ будем называть слабым обобщенным решением краевой задачи (1),(2), если для всех функций $v(x, y, t) \in C_L^*$ выполнено тождество

$$(u, L^*v)_0 = (f, v)_0, \quad \forall v \in C_L^*.$$

Определение 2. Функцию $u(x, y, t) \in L_2(D)$ будем называть сильным обобщенным решением краевой задачи (1), (2), если существует последовательность функций $\{u_i\} \in C_L$ таких, что

$$\lim_{i \rightarrow \infty} \|u_i - u\|_{0,D} = \lim_{i \rightarrow \infty} \|Lu_i - f\|_{0,D} = 0.$$

Лемма. Пусть $k(x) \in C^1(\bar{D}), f(x, y, t) \in L_2(D)$ и $k'(x) \geq \delta > 0$

Тогда существует такая константа $\lambda_0 < 0$, что для всех констант $\lambda < \lambda_0$ имеет место неравенство

$$\int_D Lu \cdot \alpha \cdot u dD = (Lu, \alpha(x)u)_0 \geq m \|u\|_{H(D)}^2 \quad \forall u \in C_L, m > 0, \quad (5)$$

$$\|Lu\|_0 \geq m \|u\|_{H(D)},$$

где, $\alpha(x) = \lambda + x, \lambda$ – вещественная постоянная.

Доказательство. Рассмотрим интеграл $(Lu, (\lambda + x)u)_0$ в области D . После интегрирования по частям, получим

$$\int_D Lu(\lambda + x)u dD = \int_D \left[\frac{1}{2} (-k'_x(\lambda + x) + k)u_t^2 + \frac{3}{2}u_x^2 + \frac{1}{2}u_y^2 \right] dD + \int_{\partial D} [(\lambda + x)(u(k'_x u_x + u_y^2 + u^2)) +$$

$$+ku_{ix}n_i + u_{xx}n_x + u_{xy}n_y - \frac{1}{2}ku_i^2n_x - \frac{1}{2}u_x^2n_x - \frac{1}{2}u_y^2n_x - u_xn_x]dS = I_1 + I_2.$$

Легко видеть, выбором константы $\lambda < 0$ мы добьемся неравенства

$$I_1 \geq m \left(\int_D (u_t^2 + u_x^2 + u_y^2) dD \right)^{1/2} \quad \forall u \in C_L, m > 0.$$

Из граничного условия следует, что интеграл $I_2 \geq 0$ и $\int_D u^2 dD \leq m_1 \int_D u_x^2 dD$. Так как

$\|Lu\|_0 \geq m \|u\|_{H(D)}$, тем самым лемма доказана. Следствие. Сильное решение задачи (1), (2) единственно. Теорема. Пусть выполнено условие леммы для коэффициента уравнения (1), тогда для любой функции $f(x, y, t) \in L_2(D)$ существует слабое обобщенное решение.

Доказательство. Рассмотрим выражение $(L^*v, (\lambda - x)v)_0$ для $v \in C_{L^*}$. После интегрирования по частям, получим

$$\int_D L^*v(\lambda - x)v dD = \int_D \left[\frac{1}{2}(-k'_x(\lambda - x) + k)v_t^2 + \frac{3}{2}v_x^2 + \frac{1}{2}v_y^2 \right] dD + \int_{\partial D} [(\lambda - x)v(-kv_{ix}n_i - v_{xx}n_x - v_{xy}n_y + \frac{1}{2}v_x^2n_x + \frac{1}{2}v_y^2n_x + \frac{1}{2}kv_t^2n_x) - v_xvn_x] dS = I'_1 + I'_2.$$

Нетрудно видеть, что выбором константы $\lambda < 0$ мы добьемся неравенства

$$I'_1 \geq m_1 \left(\int_D (v_t^2 + v_x^2 + v_y^2) dD \right)^{1/2} \quad \forall v \in C_{L^*}, m_1 > 0.$$

Из граничного условия (4) следует, что интеграл $I'_2 \geq 0$ и $\int_D v^2 dD \leq m_2 \int_D v_x^2 dD$.

Так как доказано неравенство

$$(L^*v, (\lambda - x)v)_0 \geq m_1 \|v\|_{H^*(D)}^2, \quad v \in C_{L^*}, m_1 > 0, \quad (6)$$

$$\|Lv\|_0^2 \geq m \|v\|_{H^*(D)}^2 \geq m_1 \|v\|_0^2. \quad (7)$$

Рассмотрим функционал $l(v) = (f, v)_0 = \int_D f \cdot v dD$, $f \in L_2(D)$, $v \in C_{L^*}$.

При фиксированном $f(x, y, t) \in L_2(D)$ для этого функционала справедлива оценка

$$|(f, v)_0| \leq \|f\|_0 \|v\|_0 \leq m \|f\|_0 \|L^*v\|_0.$$

Отсюда и из неравенства (7) следует, что $l(v)$ можно рассматривать как линейный непрерывный функционал относительно L^*v над некоторым подпространством пространства $L_2(D)$. Продолжая этот функционал по теореме Хана-Банаха на все пространства $L_2(D)$ и используя теорему Рисса о предоставлении ограниченного функционала над гильбертовым пространством [2], получим, что существует функция $u(x, y, t) \in L_2(D)$ такая, что

$$(u, L^*v)_0 = (f, v)_0, \quad \forall v \in C_{L^*}.$$

Теорема доказана.

Замечание. Для полученного решения $u \in H(D)$ краевые условия $u_x|_{x=0} = 0$ вообще говоря, не имеют смысла, но если это решение является более гладким (например, из $W_2^2(D)$), то нетрудно показать, что и это условие выполняется.

ЛИТЕРАТУРА

1. Берс Л. Математические вопросы дозвуковой и околзвучковой газовой динамики. Москва, Иностран. лит., 1961. -208 с.
2. Соболев С.Л. Некоторые применения функционального анализа в математической физике. Новосибирск: Наука, 1962. 251 с.
3. Салахиддинов М.С. уравнения смешанно- составного типа. Ташкент: Фан, 1974, 156 с.